回路不変量とデバイス性能指数

荒木　純道

あらまし

- 回路不変量とは
- 群演算としての縦続接続
- 増幅器の一方向性化
- 最大有能電力
- 低雑音増幅器設計
- 2状態素子の不変量
- 等価整合インピーダンス
- サーキュレータの不変量
- 方向性結合器の不変量

変わるものと変わらないもの

今日は回路不変量のことを

- <u>話さ</u>なければならない，でもあまり
- <u>話し</u>たくないが，やはり
- <u>話す</u>ことは大切だから，わかりやすく
- <u>話せ</u>ばわかってもらえるはずなので，
- <u>話そ</u>うと思います．

→　5段活用

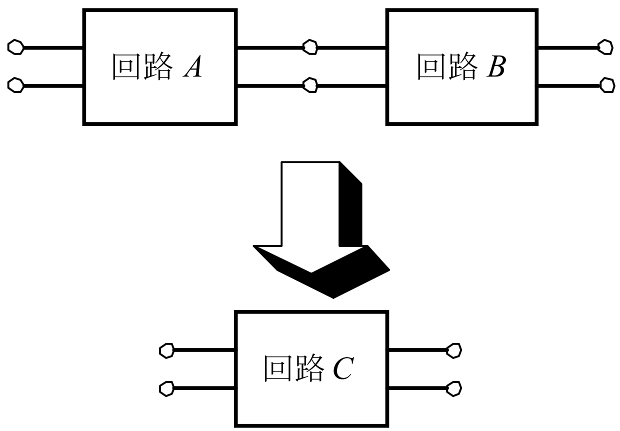
プラトニック･エンジニアリング

プラトンのイデア論を
回路／デバイスの
解析評価に適用しよう.

``Whenever you have to do with a structure-endowed entity Σ try to determine its group of automorphisms, the group of element-wise transformations which leave all structural relations undisturbed. You can expect to gain a deep insight into the constitution of Σ in this way.''

ー Hermann Weyl ``Symmetry''

2ポートの縦続接続

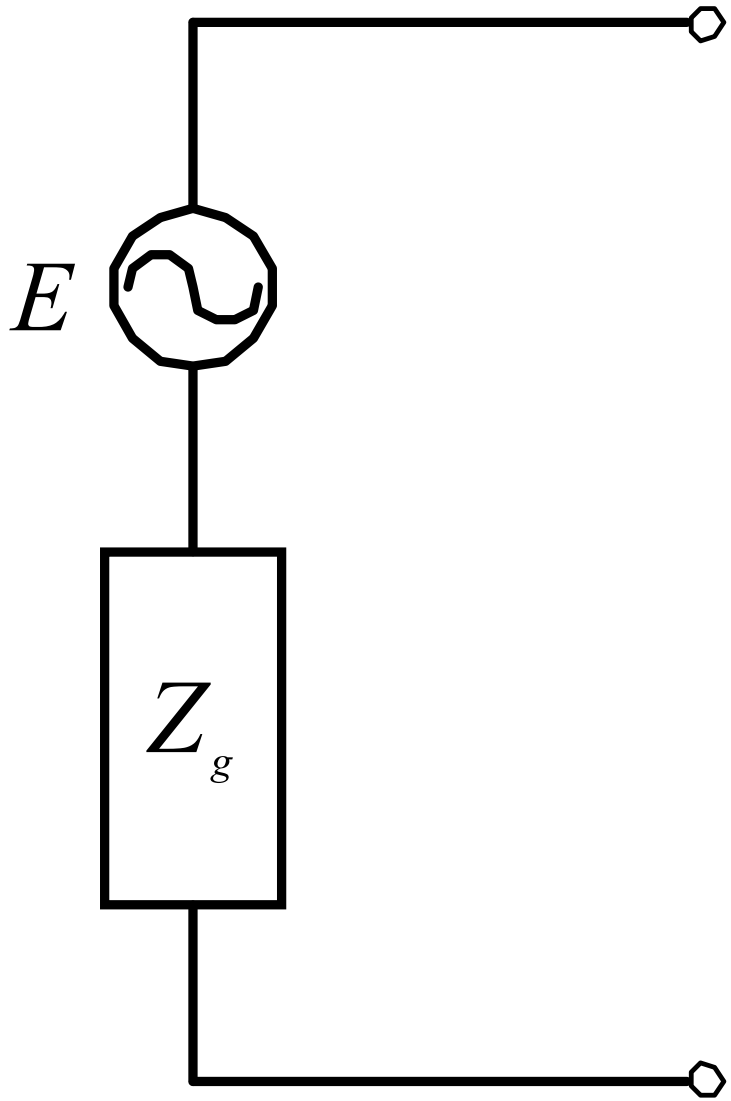


$$C = A \circledcirc B$$

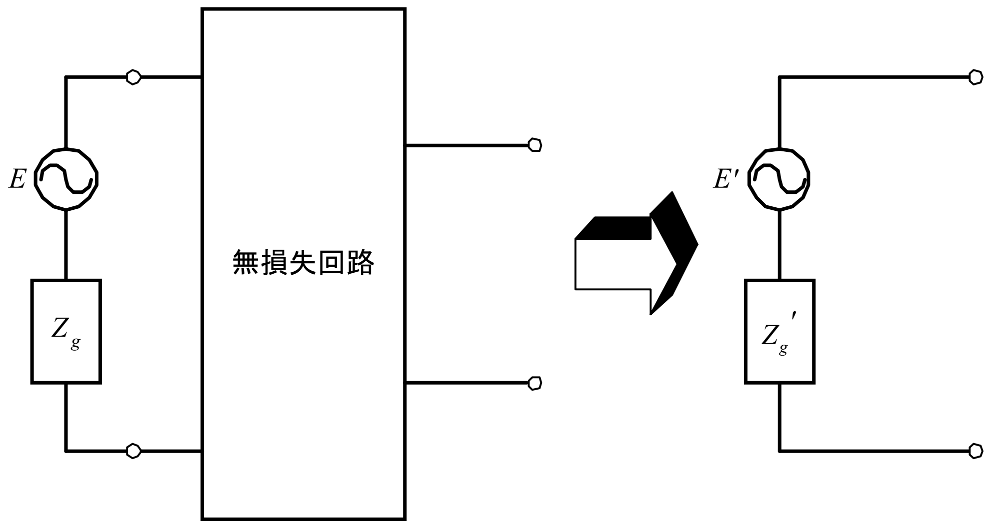
群構造：(1)演算に関して閉じている.
(2)単位元が存在
(3)逆元が存在

◎：縦続接続をあらわす演算

回路が損失(もしくは損失可逆)であれば，◎に関して群



電源回路の等価回路
開放電圧：E
電源インピーダンス：Z_g

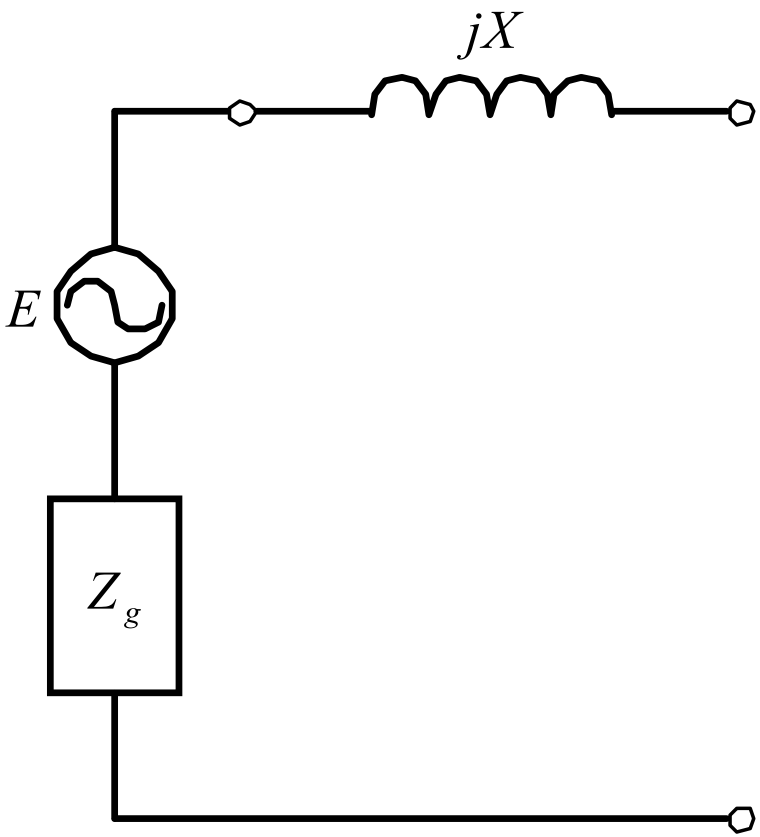


$$E \neq E', \quad Z_g \neq Z_g{}'$$

しかし $$\frac{|E|^2}{4\,\mathrm{Re}(Z_g)} = \frac{|E'|^2}{4\,\mathrm{Re}\left(Z_g{}'\right)}$$

有能電力(可換電力)は不変量

直列リアクタンス

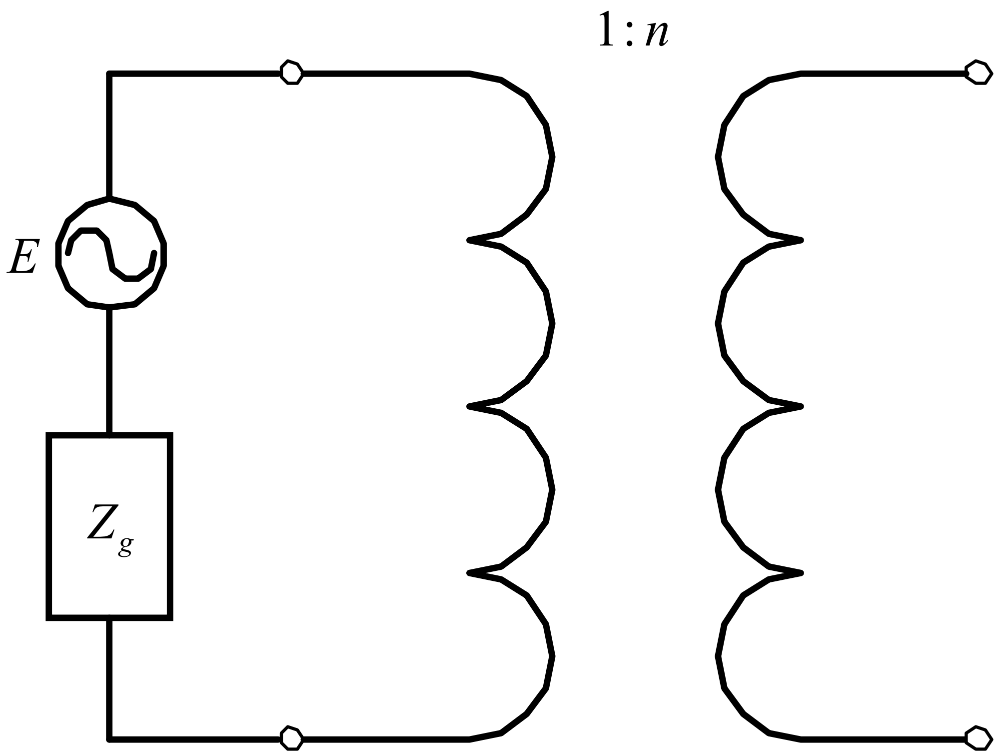


$$E' = E$$

$$Z_g{}' = Z_g + jX$$

$$\frac{|E'|^2}{\mathrm{Re}\left(Z_g{}'\right)} = \frac{|E|^2}{\mathrm{Re}(Z_g)}$$

変　成　器

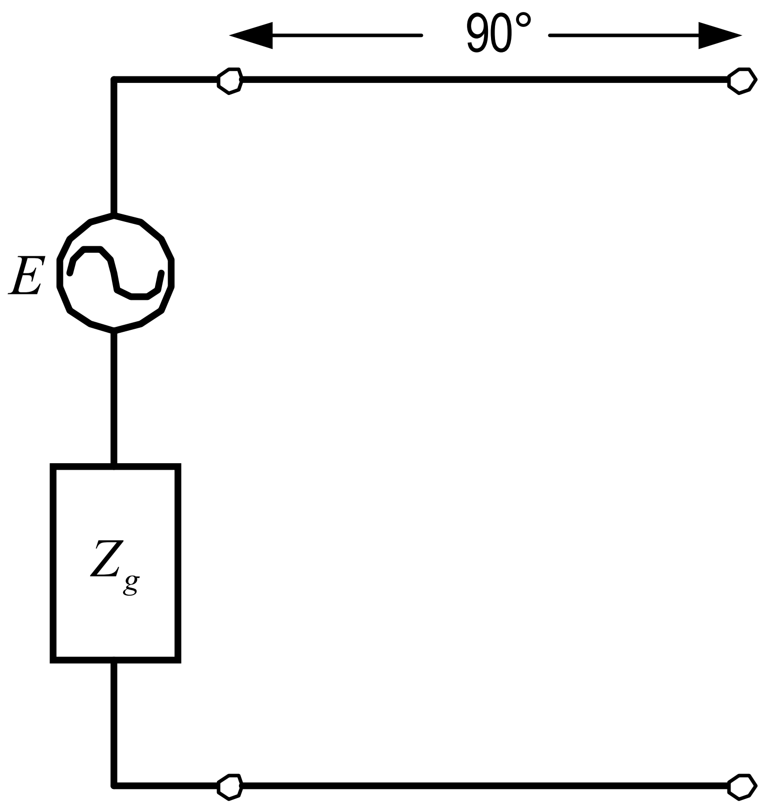


$$E' = nE$$

$$Z_g' = n^2 Z_g$$

$$\frac{|E'|^2}{\mathrm{Re}\left(Z_g'\right)} = \frac{n^2 |E|^2}{n^2\,\mathrm{Re}\left(Z_g\right)}$$

インバータ

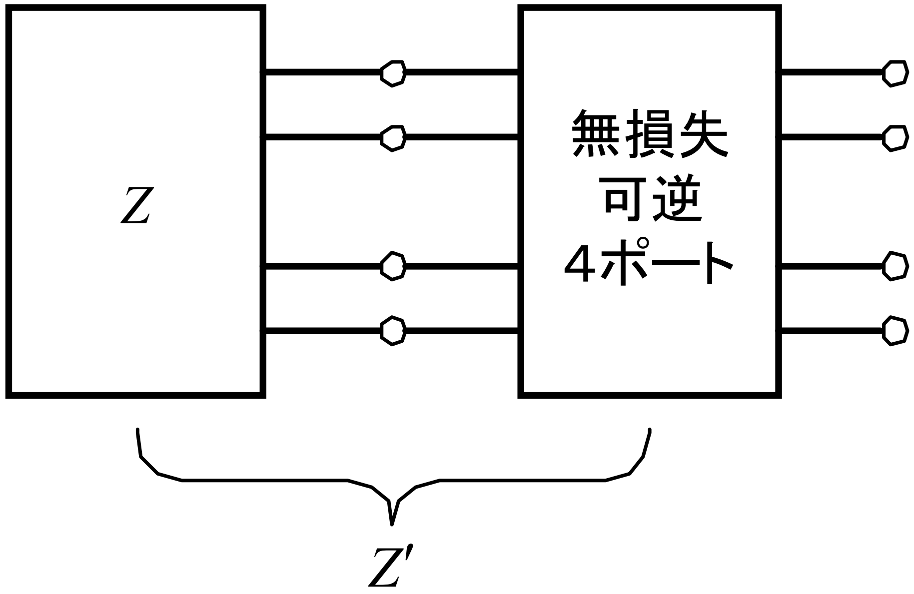


$$E' = j\frac{E}{Z_g}$$

$$Z_g{}' = 1/Z_g$$

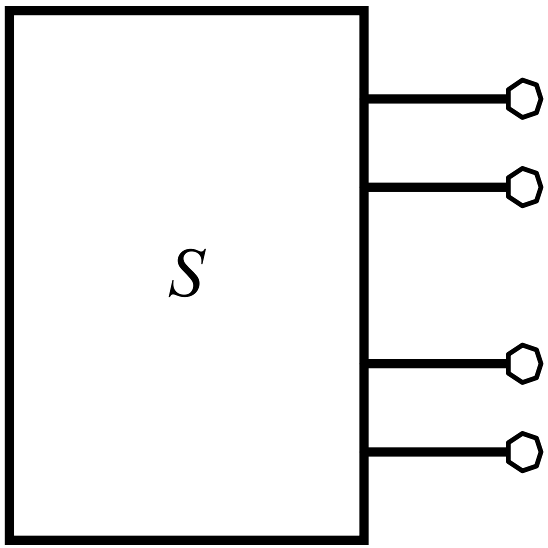
$$\frac{|E'|^2}{\mathrm{Re}\left(Z_g{}'\right)} = \frac{|E|^2}{|Z_g|^2}\frac{|Z_g|^2}{\mathrm{Re}\left(Z_g{}^*\right)}$$

2ポート線形増幅器の不変量　U



$$U=\frac{\left|\det\left(Z-Z_t\right)\right|}{\det\left(Z+Z^*\right)}=\frac{\left|\det\left(Z'-Z'_t\right)\right|}{\det\left(Z'+Z'^*\right)}\qquad \text{Mason}$$

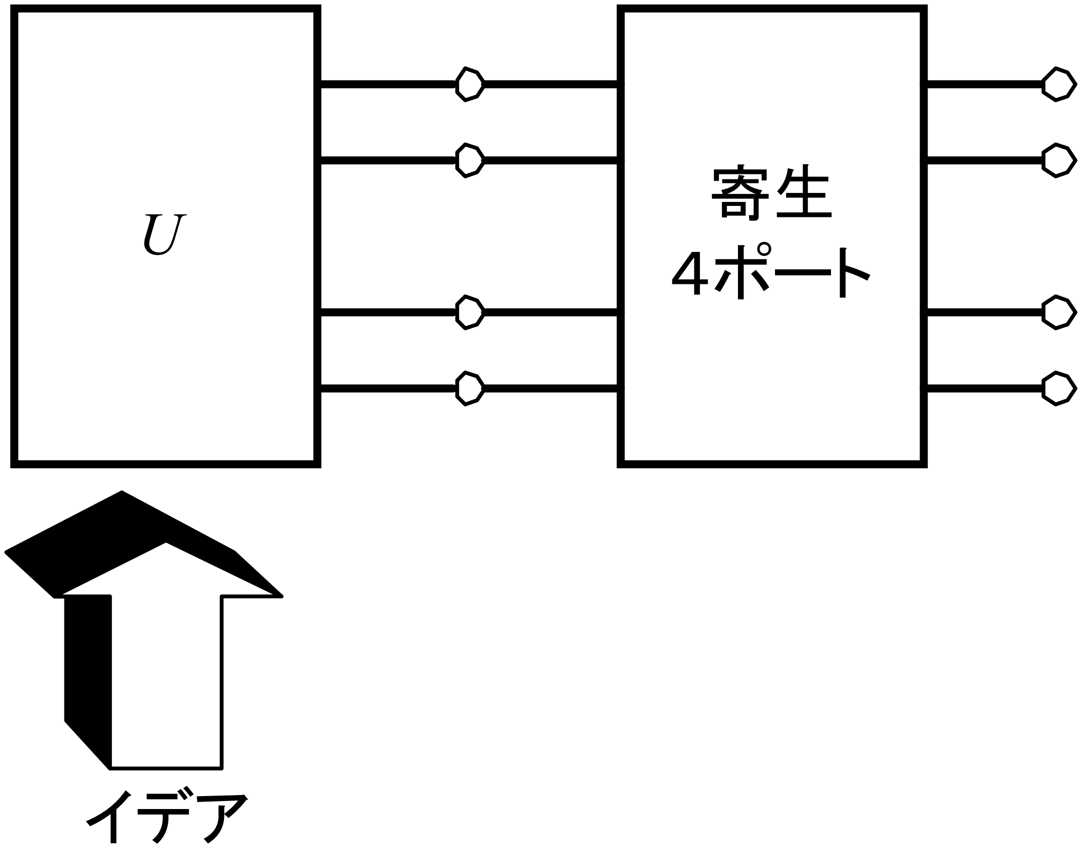
一方向性化



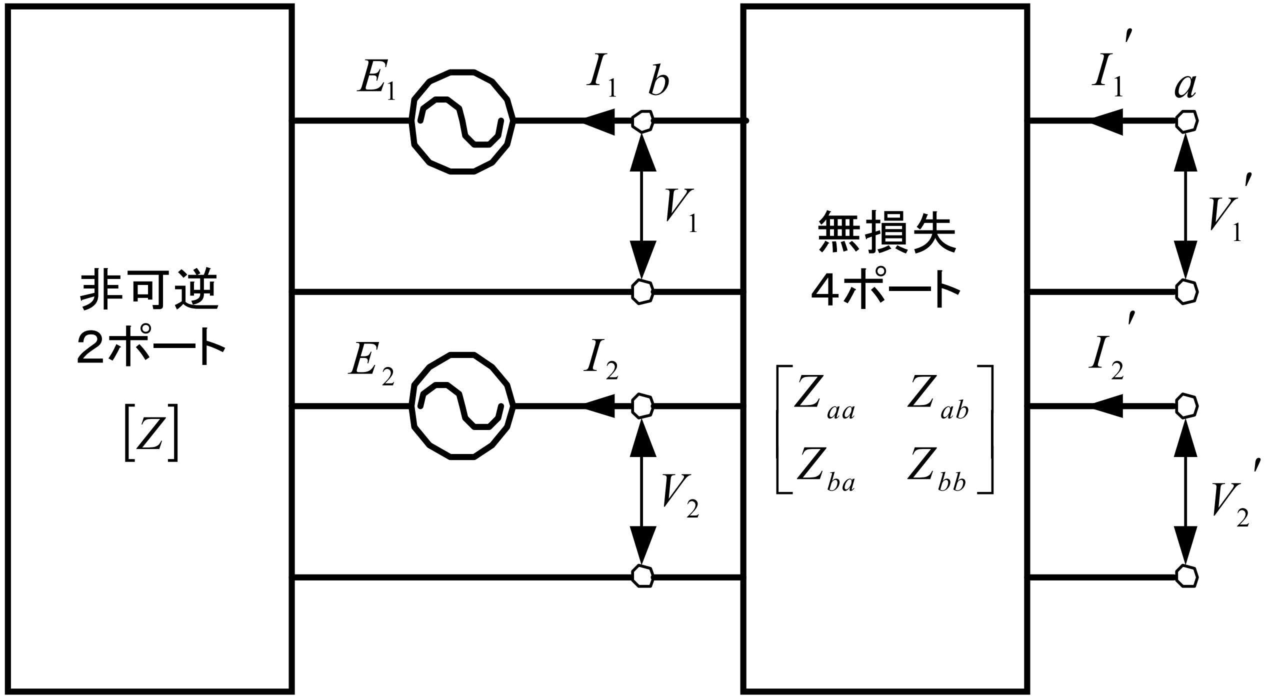
$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sqrt{U} & 0 \end{bmatrix}$$

完全整合
完全アイソレーション

不完全な現実の増幅器



低雑音線形増幅器



雑音測度最小化設計 → 2つの可換電力に基づく

多ポート電源回路の変換

$$\mathbf{V} = \mathbf{E} + [Z] \cdot \mathbf{I}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{V}' = \mathbf{E}' + [Z] \cdot \mathbf{I}$$

$$\mathbf{E}' = Z_{ab}\left[Z_{bb} - Z\right]^{-1} \mathbf{E}$$

$$Z' = -Z_{aa} + Z_{ab}\left(Z_{bb} - Z\right)^{-1} Z_{ba}$$

$$\begin{aligned}
\overline{\mathbf{E}'\,\mathbf{E}'^{+}} &= Z_{ab}\left[Z_{bb} - Z\right]^{-1} \overline{\mathbf{E}\mathbf{E}^{+}} \left[Z_{bb}{}^{+} - Z^{+}\right]^{-1} \cdot Z_{ba}{}^{+} \\
&= H \cdot \overline{\mathbf{E}\mathbf{E}^{+}} \cdot H^{+}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z' + Z'^{+} &= -Z_{aa} - Z_{aa}{}^{+} + Z_{ab}\left(Z_{bb} - Z\right)^{-1} Z_{ba} + Z_{ba}{}^{+}\left(Z_{bb}{}^{+} - Z^{+}\right)^{-1} Z_{ab}{}^{+} \\
&= H \cdot \left(Z + Z^{+}\right) \cdot H^{+}
\end{aligned}$$

回路の無損失性

インピーダンス行列 $Z + Z^{+} = 0$:歪エルミート
散乱行列 $S^{+} \cdot S = I$:ユニタリー

回路の可逆性
インピーダンス行列 $Z = Z^{t}$
散乱行列 $S = S^{t}$

一般固有値問題（A, B：エルミート）

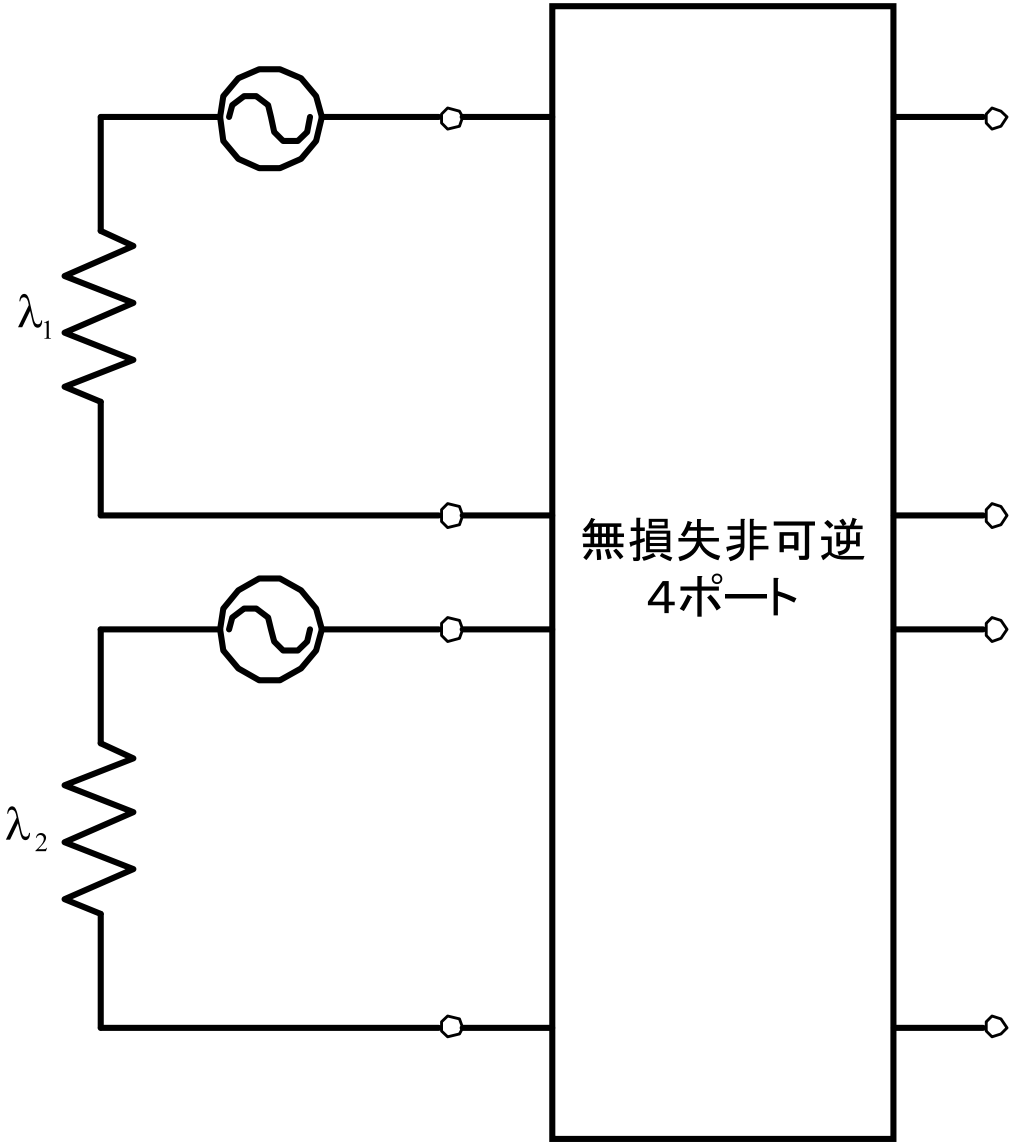
$$A\mathbf{x} = \lambda B\mathbf{x}$$

$\lambda : B^{+}A$の実固有値でもある

$$A[\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n] = B[\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n]\begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$X^{+}AX = D$$

$$X^{+}BX = I$$


λ1
λ2
無損失非可逆
4ポート

特異値分解

２つのユニタリー行列 U, V で

$$S' = USV = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

$\lambda_1, \lambda_2 : S$ の非負特異値

$|\lambda| > 1 :$ 負性抵抗

$|\lambda| < 1 :$ 正抵抗

同時対角化

A, B : ２つのエルミート行列

正則行列 T によって対角行列に相似変換できる

$$TAT^{-1} = I$$

$$TBT^{-1} = D$$

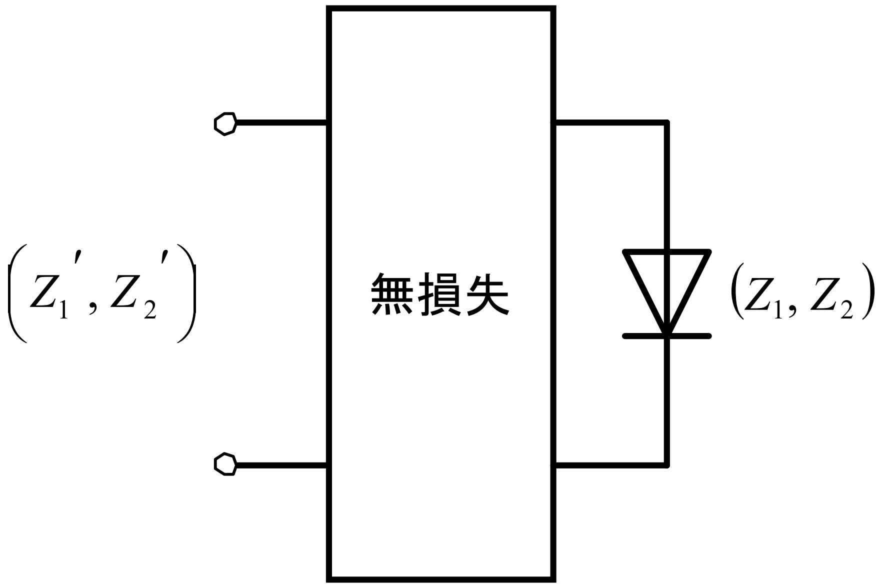
ただし，対角行列 D の要素は BA^{-1} の固有値

インピーダンス対の不変量：川上-黒川

$$m = \frac{\left|Z_1 - Z_2\right|}{\left|Z_1 + Z_2^{\ *}\right|}$$

Z_1 :ダイオード・ONバイアス

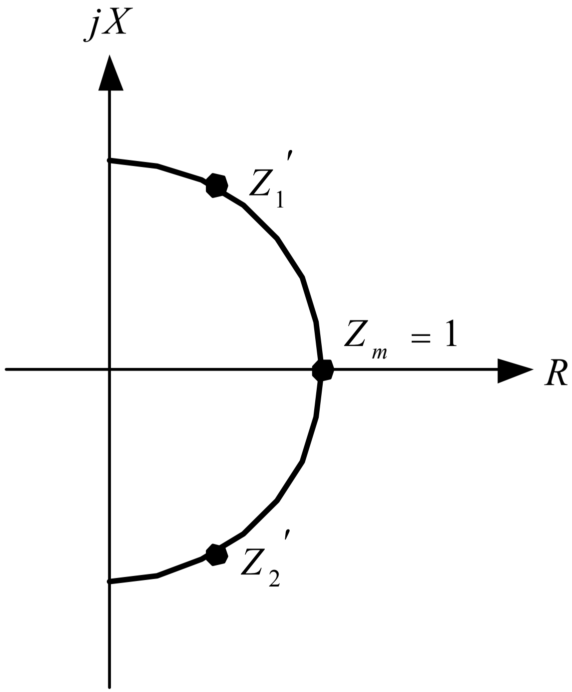
Z_2 :ダイオード・OFFバイアス

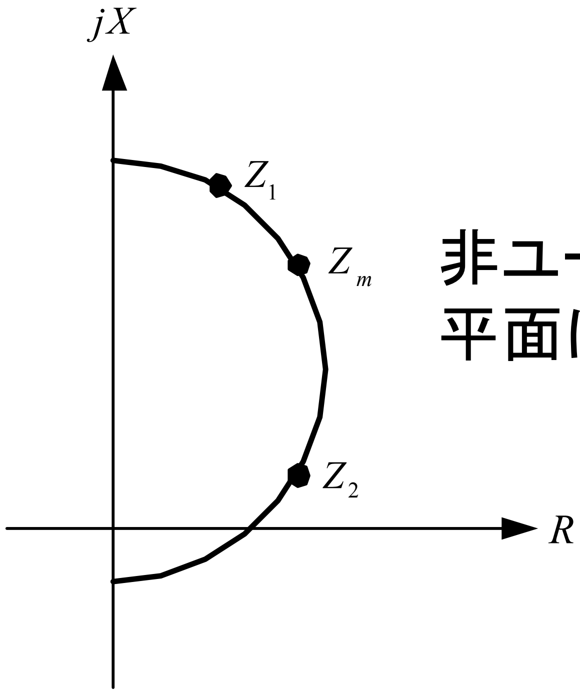


デジタル変調，スイッチング動作

$$\frac{\left|Z_1{}' - Z_2{}'\right|}{\left|Z_1{}' + Z_2{}'^{*}\right|} = \frac{\left|Z_1 - Z_2\right|}{\left|Z_1 + Z_2{}^{*}\right|}$$

等価整合インピーダンス

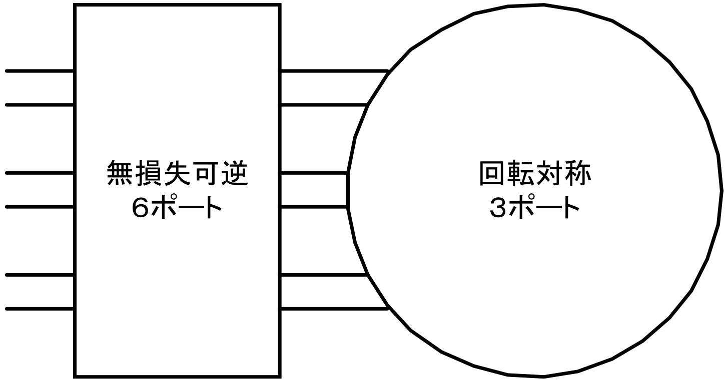




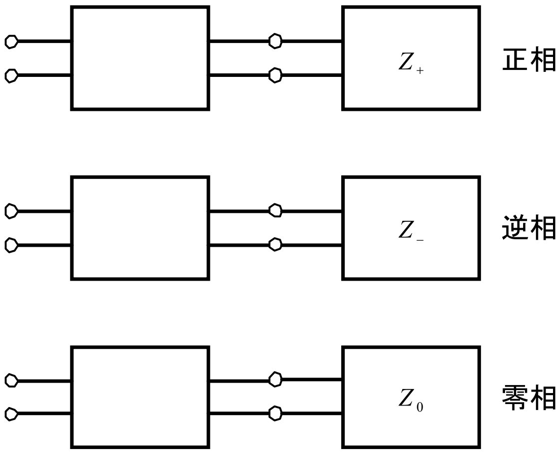
非ユークリッド
平面における中点

完全なBPSK変調

サーキュレータの不変量　α：荒木-内藤



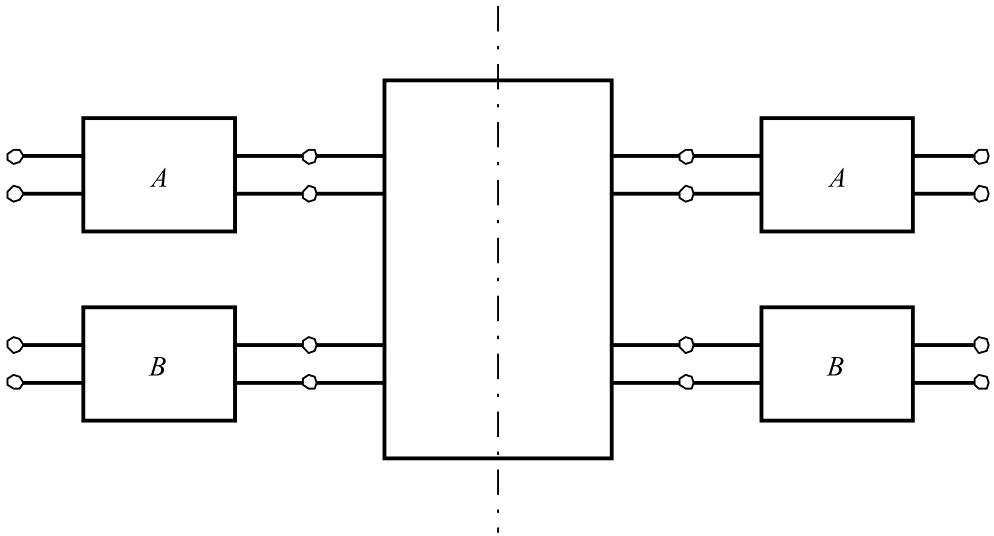
$$\frac{\left|Z_+ - Z_-\right|}{\left|Z_+ + Z_-^*\right|}$$



完全整合，完全アイソレーションの取れた理想サーキュレータが実現できる.
その時の伝達量はαのみに依存.

方向性結合器の不変量　K:荒木，内藤

1軸対称可逆無損失4ポート



完全整合，完全アイソレーションの理想方向性結合器が，
外部回路 (A, B) を調整して実現できる.
その時の結合量，結合ポートはK のみに依存.